

TOÁN HỌC VÀ THỰC TIỄN ĐỜI SỐNG

(Thông báo khoa học ĐHVH , T.4- 1999)

PGS.PTS.NGUT. Đoàn Phan Tân

Toán học là một trong những khoa học cổ nhất của loài người. Nhưng chưa bao giờ toán học phát triển mạnh mẽ và có nhiều ứng dụng sâu sắc như ngày nay. Ở thời đại chúng ta những phát minh mới mẽ của toán học xuất hiện hàng ngày, rất nhiều ngành mới ra đời, nhiều quan niệm cũ bị đảo lộn. Ngày nay toán học không chỉ áp dụng trong thiên văn, vật lý, cơ học mà còn xâm nhập vào hoá học, sinh học và nhiều ngành khoa học xã hội nữa.

Có người nói toán học là nòng cốt của các khoa học. Ở nước ta Thủ tướng Phạm Văn Đồng nói : " Trong phương hướng phát triển khoa học kỹ thuật ở nước ta có những ngành có thể và cần phải làm sớm, mà làm sớm được thì rất tốt. Ví dụ như ngành toán học, trong đó có vận trù học, có phương pháp PERT".

Vậy vì sao toán học là một khoa học rất trừu tượng lại có tác dụng to lớn với thực tiễn như vậy ? tác dụng của nó đối với đời sống sản xuất và khoa học kỹ thuật ra sao ?

Chúng ta sẽ tìm hiểu vấn đề trên qua ba điểm sau đây :

- Nhu cầu thực tiễn là cơ sở của sự phát triển toán học
- Phương pháp xây dựng cơ sở logic cho các lý thuyết toán học
- Vai trò của toán học đối với đời sống sản xuất và khoa học kỹ thuật.

X

X X

I- NHU CẦU THỰC TIỄN LÀ CƠ SỞ CỦA SỰ PHÁT TRIỂN TOÁN HỌC

Trong khi phát triển nhận thức duy vật biện chứng về lịch sử, Max và Angels đã chứng minh rằng khoa học, trong đó có toán học, không những phát minh mà còn còn luôn luôn phát triển trên một cơ sở vật chất nhất định; đó là thực tiễn của đời sống, của những hoạt động sản xuất, là cuộc đấu tranh giai cấp trong xã hội và những vấn đề của các khoa học khác.

Lịch sử phát sinh và phát triển của toán học cũng đủ xác minh điều đó.

Chúng ta biết rằng những kiến thức toán học đầu tiên của loài người về số học, hình học, tam giác lượng v.v... đều đẻ ra từ nhu cầu của thực tiễn. Các số hình thành và phát triển do nhu cầu của phép đếm và tính toán (Calculus nghĩa là đếm bằng đá). Rất nhiều sách ghi lại rằng hình học phát sinh ở Ai Cập do nhu cầu đo đạc đất đai hàng năm sau mỗi vụ lụt của sông Nil (hình học tiếng Hy Lạp là sự đo đất)

ngành hàng hải đòi hỏi những kiến thức về thiên văn, mà bộ môn này lại cần những kiến thức về lượng giác do đó lượng giác phát sinh và phát triển. Ở thời kỳ Phục hưng, sự phát triển mạnh mẽ của kỹ nghệ và sự hình thành quan hệ sản xuất tư bản chủ nghĩa đòi hỏi phải phát triển cơ học và ngành này đã thúc đẩy phải hoàn chỉnh phép tính vi phân và tích phân.

Trong thế kỷ 18 toán học chủ yếu nhằm giải quyết yêu cầu của cơ học. Từ nửa đầu thế kỷ 19 kỹ thuật cơ khí phát triển dựa vào động cơ hơi nước. Vấn đề nâng cao năng suất của máy đưa vật lý lên hàng đầu. Toán học cần phát triển để giải quyết những vấn đề về nhiệt, điện động, quang, đàn hồi, từ trường của trái đất ... Nhờ đó kho tàng toán học được bổ sung nhiều kết quả quan trọng về giải tích, phương trình vi phân, phương trình đạo hàm riêng, hàm phức, đại số ... Cũng ở thời kỳ Phục hưng sự phát triển của hội họa và kiến trúc đòi hỏi nhiều ở phương pháp vẽ phối cảnh do đó nảy sinh ra môn hình học xạ ảnh. Những bài toán mới của thiên văn, cơ học, trắc địa và các khoa học khác ở thời kỳ này cũng là những nguồn kích thích mới đối với sự phát triển toán học. Khoảng cuối thế kỷ 19, do nhu cầu của nội bộ toán học là xây dựng cơ sở cho giải tích, lý thuyết tập hợp của Cantor ra đời và thắng lợi. Lý thuyết tập hợp đã tỏ ra là một lý thuyết có hiệu lực và dần dần xâm nhập vào tất cả các lĩnh vực toán học. Nhờ đó người ta có thể xây dựng phương pháp xử lý mới đối với toán học là phương pháp tiên đề trừu tượng. Rồi chính những mâu thuẫn trong lý thuyết tập hợp đã thúc đẩy sự phát triển của logic toán và tầm quan trọng về lý luận cũng như thực tiễn của nó tăng lên không ngừng trong mấy chục năm gần đây.

Với quan điểm của lý thuyết tập hợp và phương pháp tiên đề trừu tượng nhiều bộ môn toán học hiện đại như lý thuyết hàm số thực, đại số trừu tượng, tô pô trừu tượng v.v... ra đời.

Trong mấy chục năm lại đây do sự phát triển của kỹ thuật từ cơ khí hoá lên tự động hoá và sự ra đời của kỹ thuật tự động hoá mà nhiều bộ môn toán học mới ra đời và phát triển cực kỳ nhanh chóng như thông tin học, lý thuyết các chương trình toán học, lý thuyết máy tự động, lý thuyết độ tin cậy, lý thuyết đại số về các sơ đồ liên lạc về điều khiển v.v...

Do sự phát minh ra máy tính điện tử thúc đẩy mạnh mẽ quá trình tự động hoá nền sản xuất hiện đại, toán học ngày càng mở rộng phạm vi ứng dụng của nó. Để phục vụ cho máy tính điện tử có lý thuyết lập chương trình, lý thuyết Angorit, giải tích số v.v...

Gần đây do nhu cầu thực tiễn của sự phát triển khoa học mà các ngành trung giao giữa toán học và các khoa học khác như ngôn ngữ toán, kinh tế toán, sinh vật toán ra đời, đánh dấu một xu hướng mới trong quan hệ giữa toán học và các khoa học khác.

Tất cả những điều trình bày trên đây về quá trình phát triển của toán học chứng tỏ rằng nhu cầu thực tiễn là nguyên nhân quyết định sự phát triển của toán học. Từ thời Óclid đến nay, trải qua hơn 20 thế kỷ toán học đã trở thành một khoa

học rất trừu tượng, nhưng tác dụng của nó đối với hoạt động thực tiễn của con người ngày càng to lớn vì toán học luôn dựa vào thực tiễn, lấy thực tiễn là nguồn động lực mạnh mẽ và mục tiêu phục vụ cuối cùng. Có thể nói mỗi cuộc cách mạng khoa học kỹ thuật đều gây nên những biến đổi sâu sắc trong toán học và ngược lại những biến đổi này cũng tác động mạnh mẽ đến sự phát triển của khoa học kỹ thuật.

II- PHƯƠNG PHÁP XÂY DỰNG CƠ SỞ LOGIC CHO CÁC LÝ THUYẾT TOÁN HỌC.

1- Khi mới làm quen với toán học mọi người đều có thể nhận thấy ngay một đặc điểm phân biệt nó với các khoa học khác là *tính trừu tượng cao độ của các đối tượng toán học.*

Khác với các khoa học tự nhiên khác toán học không nghiên cứu một hình thức vận động nhất định nào của vật chất. Trong khi nghiên cứu toán học người ta hoàn toàn bỏ qua khía cạnh chất lượng của sự vật và hiện tượng mà chỉ chú ý đến quan hệ số lượng và hình dạng của chúng mà thôi. Angel đã chỉ rõ : " Đối tượng của toán học thuần túy là những quan hệ số lượng và hình dạng không gian của thế giới khách quan. Do đó toán học là một khoa học rất thực tiễn. Việc khoa học ấy mang một hình thức hết sức trừu tượng chỉ che đậy bề ngoài nguồn gốc của nó trong thế giới khách quan mà thôi " (chống Duy-Zinh). Chẳng hạn các khái niệm về số tự nhiên, đại lượng và hình học có vô số những hình dạng hiện thực với nội dung vật chất khác nhau. Khái niệm hàm số là biểu thị sự quan hệ giữa hai đại lượng biến thiên. Khái niệm vectơ dùng để biểu thị đại lượng có hướng. Khái niệm đạo hàm là phản ánh vận tốc của các quá trình khác nhau v.v...

Như vậy toán học nghiên cứu các quan hệ số lượng và hình dạng của thế giới khách quan. Muốn cho việc nghiên cứu này được thuận tiện và đạt kết quả sâu sắc thì phải bỏ qua các đặc tính khác của sự vật và chỉ tập trung vào các quan hệ nói trên. Vì vậy các nhà toán học bắt đầu việc xây dựng lý thuyết của họ bằng sự trừu xuất các quan hệ số lượng và hình dạng không gian ra khỏi nội dung của chúng. Do đó có thể nói *trừu tượng hoá là một phương pháp cơ bản toán học.*

Sự trừu tượng hoá ấy không dừng lại ở một mức độ nhất định mà phát triển ngày càng cao cùng với sự phát triển của toán học. Ví dụ nhờ sự trừu tượng hoá các tập hợp tương đương với nhau (tương ứng 1-1) mà người ta có các số tự nhiên. Từ các số tự nhiên trải qua nhiều mức độ trừu tượng hoá nữa mà có số hữu tỉ, số thực, số phức ... Khi các số đã trở thành quen thuộc thì để nghiên cứu nó người ta dùng các chữ a, b, c, x và y để chỉ có một số trừu tượng nào đó được thỏa mãn. Ngày nay trong toán học hiện đại đối tượng của toán học cũng được mở rộng không còn là những quan hệ số lượng và hình dạng không gian thông thường mà là các quan hệ và hình dạng bất kỳ, mà khi tách nội dung của chúng ra thì chúng tương tự như các quan hệ số lượng và hình dạng không gian thông thường.

Một thể hiện nữa của phương pháp trừu tượng của toán học là khi xây dựng cơ sở logic của các lý thuyết toán học, ta phải xuất phát từ các khái niệm cơ bản nhất và các mệnh đề tổng quát nhất của lý thuyết đó, rồi từ đó đi vào nội dung cụ thể của chúng mà không thể theo quá trình ngược lại.

Marx đã chứng minh rằng phương pháp đi cụ thể đến khái quát không thể làm cho kinh tế chính trị học của một lý thuyết đầy đủ được. Cũng vậy ta không thể xây dựng lý thuyết toán giải tích bằng cách nghiên cứu các khái niệm hàm số, đạo hàm, tích phân là đối tượng chủ yếu của nó, mà phải bắt đầu từ khái niệm cơ bản nhất, tổng quát nhất là khái niệm giới hạn.

Từ xưa đến nay trong quá trình phát triển của toán học, sự *khái quát hóa và trừu tượng hóa* giữ vai trò rất lớn. Nhờ đó mà những sự vật riêng lẻ được nâng lên thành nguyên lý, những vấn đề rời rạc được nâng lên thành hệ thống chặt chẽ theo quan điểm tổng quát. Rất nhiều bài toán riêng biệt sau khi khái quát hoá đã dẫn đến một cách đặt vấn đề thống nhất và do đó có cách giải quyết thống nhất. Nhưng giá trị căn bản của nó rọi ánh sáng mới vào những sự vật riêng lẻ làm bộc lộ rõ ràng hơn thực chất của chúng, nhờ đó mà những vấn đề trước kia có vẻ phức tạp thì nay trở nên đơn giản lạ thường. Đồng thời đường lối dẫn đến cách giải quyết vấn đề tổng quát lại gọi ra những phương pháp mới để đặt ra giải quyết hàng loạt các vấn đề quan trọng khác mà trước kia không có khả năng đề cập tới.

Một ví dụ điển hình trong lịch sử toán học là cách thay số bằng chữ để chuyển từ số học sang đại số và việc phát minh ra phép tính vi phân tích phân. Nhờ những bước khái quát hoá và trừu tượng hoá đó nên nhiều bài toán mà trước đây nhiều nhà toán học lỗi lạc ở thế kỷ 16 - 17 cũng không giải nổi thì bây giờ trở thành bài tập thông thường của học sinh.

2- Toán học cũng như các khoa học khác đều được xây dựng trên cơ sở thiết lập một số mệnh đề cơ bản rồi từ đó rút ra các mệnh đề khác và phải chứng minh tính chân thực của các mệnh đề đó. Nhưng phương pháp của các nhà khoa học tự nhiên và các nhà toán học khác nhau về cơ bản.

Các nhà khoa học tự nhiên tìm cách chứng minh các kết luận của họ bằng con đường thực nghiệm. Còn toán học chứng minh các mệnh đề (định lý) của nó, căn cứ vào tiên đề xuất phát, chỉ hoàn toàn bằng phương pháp suy diễn logic và bằng phép tính. *Do đó toán học là một khoa học suy diễn.*

Phương pháp chứng minh bằng suy diễn logic làm cho toán học trở thành một khoa học chính xác chặt chẽ và có tính khái quát cao. Đó là ưu điểm nổi bật của toán học. Vậy toán học là một khoa học suy diễn. Trong một khoa học suy diễn, người ta bắt đầu từ những tiên đoán (tiên đề) chắc chắn rồi dùng logic suy diễn ra và cách suy diễn phải chặt chẽ, để một người đã thừa nhận tiên đoán thì bắt buộc phải thừa nhận kết luận. Trong toán học bắt đầu suy diễn từ đâu ? phải chăng là một sự trừu tượng vô tận? Để giải đáp vấn đề này ta phải nghiên cứu *phương pháp tiên đề*, bắt đầu hình thành từ 2000 năm nay trong việc xây dựng cơ sở cho hình học của Oclid và ngày nay đã trở thành phương pháp chủ yếu của toán học hiện đại.

Nội dung của phương pháp tiên đề là lập cho được một bảng những khái niệm cơ bản và tiên đề, rồi sau đó dùng hoàn toàn suy diễn logic để định nghĩa các khái niệm mới và chứng minh các mệnh đề mới gọi là định lý.

Một hệ thống các khái niệm cơ bản, tiên đề, định lý như vậy lập thành một lý thuyết toán học.

Khi ta gán cho các khái niệm cơ bản những nội dung cụ thể nào đó sao cho tất cả các tiên đề của hệ đều nghiệm đúng thì ta nói rằng có một *mô hình* cho hệ tiên đề đó.

Hiệu lực của phương pháp tiên đề chính là ở chỗ một hệ tiên đề có thể có rất nhiều mô hình khác nhau. Điều đó giải thích tại sao phương pháp tiên đề lại được dùng rộng rãi trong toán học hiện đại.

3- Một đặc điểm trong phương pháp của toán học và việc sử dụng rộng rãi và có hiệu quả các *ký hiệu toán học*.

Về vai trò của ký hiệu toán học Hinbert đã nói : " Ngày nay quả thật là một ảo tưởng nếu trong khi xây dựng một bộ môn toán học mà ta lại chỉ muốn dùng đến tiếng nói thông thường mà thôi. Chính nhờ những ký hiệu đạo hàm, tích phân của Lépnit mà người ta đã phát triển được phép tính vi phân và tích phân. Các bài toán tính diện tích, thể tích, công của lực ... mà trước đây chỉ có các nhà toán học lỗi lạc mới giải được thì nhờ các ký hiệu đó đã giải quyết một cách đơn giản gần như máy móc.

Ta thử phân tích xem ký hiệu toán học đã được sử dụng như thế nào ?

Các ký hiệu toán học trước hết dùng để ghi lại một cách cô đọng dễ hiểu các khái niệm và mệnh đề toán học. Mỗi ký hiệu toán học đều có một ý nghĩa xác định, nhờ đó mà người ta có thể hiểu được điều mà các quan hệ toán học muốn diễn tả . Trong toán học vai trò của ký hiệu cũng giống như vai trò của tiếng nói trong xã hội.

Theo quan điểm duy vật biện chứng, các hệ thống ký hiệu toán học chính là sự thể hiện vật chất của những tri thức về các mảng nhất định của hiện thực đã được toán học tích lũy. Nên việc sử dụng và nghiên cứu các ký hiệu toán học không những giúp ta có thể ghi lại một cách ngắn gọn và sáng sủa các khái niệm và mệnh đề toán học mà còn phát triển được những phép tính và thuật toán, tức là cái cốt yếu để xây dựng nên các phương pháp toán học. Tác dụng của ký hiệu trong việc ghi và phát triển phép tính trên các con số, các biểu thức đại số, trong phép tính vi phân, tích phân v.v... là những ví dụ điển hình chứng tỏ điều đó.

Như ta đã biết phương pháp tiên đề là đặc trưng cho tính trừu tượng cao của toán học hiện đại. Nhưng mức độ trừu tượng của toán học còn đi xa hơn nữa khi người ta ký hiệu hoá phương pháp tiên đề. Hiện nay không những người ta dùng ký hiệu để diễn tả các tiên đề mà còn để diễn tả các qui tắc logic nữa.

Một hệ tiên đề với các quy tắc suy diễn được ký hiệu hoá được gọi là *một hệ hình thức*. Trong một hệ hình thức các tiên đề là các dòng ký hiệu, với các dòng ký hiệu này, như các quy tắc kiến thiết (quy tắc suy diễn được ký hiệu hoá) người ta kiến thiết nên các dòng ký hiệu mới (các định lý)

Với một hệ hình thức, một người không biết làm toán có thể làm toán, chỉ cần hướng dẫn người đó biết phân biệt các ký hiệu. Đó chính là lý do tại sao các máy tính điện tử là những vật vô tri có thể làm toán được. Vì máy tính điện tử là cơ sở của tự động hoá nên ở đây ta càng thấy việc " hình thức hoá " toán học có vai trò quan trọng đến mức độ nào.

4- Trong toán học có nhiều ngành bề ngoài rất xa nhau, nhưng lại rất gần nhau về phương pháp, như phương trình vi phân và phương trình đại số, số phức và đại số véc tơ v.v... Từ đó người ta thấy rằng nếu chỉ phân loại toán học theo đối tượng như số học hình học, đại số, giải tích ... tức là phân chia theo vật liệu xây dựng của nó thì không thể làm sáng tỏ sự liên hệ giữa các ngành, không cắt nghĩa được tại sao phương pháp của ngành này lại áp dụng được vào ngành khác.

Do đó cần phải phân loại toán học theo mẫu cấu trúc, đồng thời đi sâu tìm ra các phương pháp điển hình dùng cho các cấu trúc đó, từ đó áp dụng cho các đối tượng rộng rãi khác nhau nhưng có cùng một cấu trúc. Đó là cơ sở của những khái niệm về *cấu trúc của toán học* hiện đại.

Điểm chung của khái niệm cấu trúc là chương áp dụng cho các tập hợp phần tử mà ta không nói rõ bản chất. Để định nghĩa cấu trúc, ta tự cho một hay nhiều quan hệ giữa các phần tử, rồi buộc các phần tử đó phải thỏa mãn những điều kiện nhất định. Các điều kiện đó là các tiên đề của lý thuyết. Xây dựng thuyết tiên đề của một cấu trúc nào đó tức là suy ra các hệ quả logic của các tiên đề của cấu trúc.

Trong toán học có các cấu trúc đại số, cấu trúc nhóm, cấu trúc tô pô, cấu trúc thứ tự v.v...

Trên quan điểm logic thuần túy, toán học nghiên cứu cấu trúc của các hình thức liên hệ. Do đó mỗi ngành toán học có thể áp dụng vào nghiên cứu các lĩnh vực đối tượng khác nhau trong đó cấu trúc của các quan hệ là như nhau.

Trong toán học người ta gọi 2 tập hợp đối tượng là đẳng cấu với nhau nếu chúng có tương ứng 1-1 và trong đó các cấu trúc của quan hệ là như nhau. Do đó người ta có thể nghiên cứu một tập hợp đối tượng thông qua một tập hợp đối tượng khác đẳng cấu với nó (tức là thông qua một hình ảnh trung thành với nó). Tập hợp này được gọi là mô hình của tập hợp đã cho. Đó là nội dung của *phương pháp mô hình* được ứng dụng rất rộng rãi và có hiệu quả trong khoa học kỹ thuật hiện đại.

III- VAI TRÒ CỦA TOÁN HỌC ĐỐI VỚI ĐỜI SỐNG SẢN XUẤT VÀ KHOA HỌC KỸ THUẬT

Như ta đã biết, nhu cầu thực tiễn là nền tảng của sự phát triển toán học. Ngược lại toán học cũng có tác dụng mạnh mẽ đối với thực tiễn đời sống, sản xuất và các ngành khoa học kỹ thuật khác.

Ngày nay ai cũng thấy rằng toán học ngày càng trừu tượng, nhưng phạm vi ứng dụng của nó ngày càng rộng lớn. Ở đây không có gì là mâu thuẫn cả, vì rằng các quan hệ số lượng và hình dạng không gian của sự vật mà toán học nghiên cứu là các quan hệ rất phổ biến trong thế giới vật chất, cùng với đặc điểm trừu tượng và khái

quát cao của nó mà phạm vi ứng dụng của toán học rất rộng lớn. Về nguyên tắc không những nó có thể áp dụng vào các ngành khác nhau của khoa học tự nhiên mà còn có thể áp dụng vào các ngành khoa học xã hội nữa.

Bây giờ ta xét xem vai trò của toán học đối với thực tiễn thể hiện như thế nào ?

Ngày nay cũng như trước đây một bộ phận của toán học được áp dụng vào sản xuất và kỹ thuật thông qua vật lý và cơ học. Rất nhiều tiến bộ của khoa học kỹ thuật chỉ giải quyết được trên cơ sở những tiến bộ của vật lý và cơ học, thế mà hai ngành này lại liên hệ mật thiết với toán học. Phương pháp của toán học đã giúp cho học cơ học vật lý và thiên văn đi sâu vào bản chất các quy luật của tự nhiên, có thể đoán trước được các kết quả còn ẩn sau giới hạn của sự hiểu biết. Nhờ quy luật toán học mà Leverier và Adams (thế kỷ 19), Loren (thế kỷ 20) đã xác định được trên lý thuyết sự tồn tại của hai hành tinh mới Hải Vương Tinh và Diêm Vương tinh. Sau đó đã được quan sát thiên văn xác nhận. Bằng phương pháp vật lý toán Macxoen đã xác định được sự tồn tại của áp lực ánh sáng. Sau đó Lêbedép đã xác nhận kết quả đó bằng thực nghiệm.

Những thành tựu to lớn của thời đại của chúng ta như năng lượng nguyên tử, động cơ phản lực, vô tuyến điện ... đều gắn liền với sự phát triển của nhau ngành toán học khác nhau, như hình học phi Oclid, đại số, hàm phức, hàm thực, phương trình vi phân, xác suất thống kê v.v... Chẳng hạn như lý thuyết về các dạng không gian của không gian hình học được áp dụng trong điện động học và điện kỹ thuật. Những định lý tổng quát của hàm phức là cơ sở của lý thuyết thủy động học và khí động học mà đây là hai ngành lý thuyết cơ sở của kỹ thuật hàng hải và hàng không.

Trong giai đoạn hiện nay, cách mạng khoa học kỹ thuật trên thế giới đang diễn ra rất sôi nổi với tốc độ phát triển rất nhanh và quy mô rất lớn. Toán học ngày càng có ứng dụng sâu sắc và rộng rãi.

Cùng với ứng dụng thông qua cơ học và vật lý, những ứng dụng thông qua điều khiển học tăng lên không ngừng và ngày càng quan trọng. Có thể nói bất kỳ tiến bộ nào của tự động hoá cũng không thể tách rời những thành tựu của toán học. Ví dụ như việc thiết kế và sử dụng các máy tự động, các hệ thống điều khiển và liên lạc đòi hỏi phải dựa trên những thành tựu của logic toán, thông tin học, đại số, lý thuyết độ tin cậy... Đặc biệt phương pháp mô hình được sử dụng rộng rãi và có hiệu quả đối với các quá trình điều khiển. Trên mô hình người ta có thể nghiên cứu vài giờ một quá trình diễn biến hàng năm, nghiên cứu những quá trình không thể làm thí nghiệm trên vật thực, do đó có thể dự đoán và khống chế được chúng.

Toán học ngày càng có nhiều ứng dụng phong phú trong các vấn đề tổ chức và quản lý sản xuất. Thông thường trước mọi vấn đề quản lý sản xuất người ta có thể đưa ra nhiều phương án. Làm thế nào để có thể chọn được phương án tốt nhất (Optiman). Ngày nay có cả một khoa học về vấn đề đó là vận trù học, nó sử dụng rộng rãi các thành tựu của các ngành toán học mới như: lý thuyết chương trình tuyến tính, lý thuyết đô thị, lý thuyết trò chơi ... Tuy mới ra đời trong khoảng hơn 50

năm nay nhưng vận trù học đã tỏ ra nhiều tác dụng to lớn đối với sản xuất, giao thông vận tải và quốc phòng.

Việc sử dụng máy tính điện tử và phương pháp toán học để điều khiển sản xuất ngày càng phát triển, đã đem lại những hiệu quả kinh tế rất to lớn.

Một nét nổi bật nữa là ngày nay toán học đã xâm nhập vào nhiều ngành khoa học mà trước đây người ta không hề nghĩ tới, kể cả khoa học và xã hội nữa. Như hoá học và sinh học là hai ngành trước đây ít sử dụng đến toán học thì nay nhiều bộ phận của chúng đã sử dụng nhiều ngành hiện đại của toán học, như thông tin, tô pô, máy tính điện tử. Bằng phương pháp toán học người ta có thể dự đoán được tính chất của các hợp chất, nghiên cứu những vấn đề khó khăn nhất về tính di truyền, về cơ cấu hoạt động của hệ thần kinh...

Trong y học bằng phương pháp thống kê và máy tính điện tử người ta có thể cải tiến phương pháp chuẩn đoán bệnh cho chính xác hơn.

Xuất phát từ vấn đề tìm Algorit để có thể dịch được các thứ tiếng bằng máy tính điện tử, người ta dùng logic toán để nghiên cứu quy luật cấu trúc của ngôn ngữ mà từ đó một ngành toán học mới - ngôn ngữ toán ra đời. Ở các nước tiên tiến, phương pháp của toán học thống kê, logic toán, lý thuyết thông tin... được dùng ngày càng rộng rãi trong công tác thư viện để nâng cao hiệu quả phục vụ và tính khoa học của ngành. Việc điều tra xã hội học để nghiên cứu tâm lý, thị hiếu của quần chúng trong các ngành văn hoá xã hội muốn đạt được kết quả sâu sắc chắc chắn cũng phải dùng các phương pháp của toán học.

Những ví dụ trên đây cho ta thấy một xu hướng rõ ràng là toán học ngày càng xâm nhập vào các khoa học khác. Đặc điểm đó nằm trong đặc điểm chung của tình hình khoa học hiện nay là song song với việc phân hoá theo chuyên môn đang hình thành xu hướng tổng hợp thống nhất các khoa học lại.

Trước đây Max đã từng nói rằng các khoa học muốn trở nên chính xác đều phải sử dụng toán học. Hơn bao giờ hết lời nói đã và đang được thực tế chứng minh là đúng.

* * *